BULLETIN
OF E.U. AND US INFLATION AND MACROECONOMIC ANALYSIS

Universidad Carlos III de Madrid

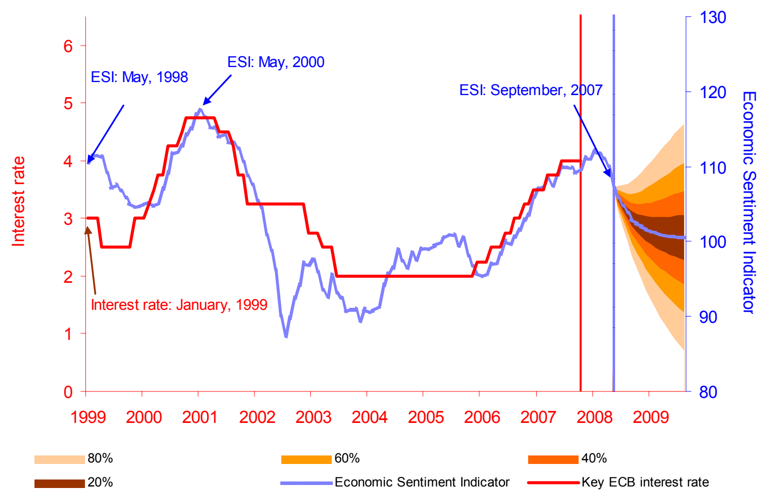
Instituto Flores de Lemus

Second Phase

THE FORECASTS FOR THE ECONOMIC SENTIMENT INDICATOR IN THE EURO AREA ARE REVISED DOWNWARDS AGAIN

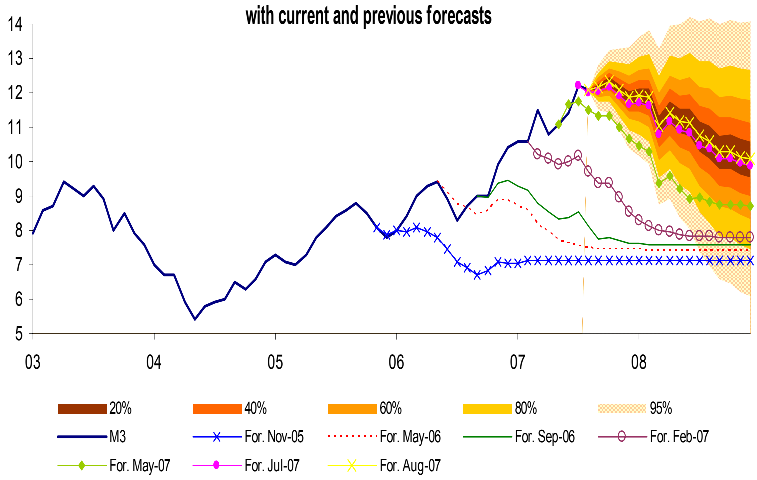
These forecasts, together with inflation and monetary aggregates forecasts, lead us to believe that it is more likely that the ECB interest rate has reached a peak at 4% than otherwise

KEY ECB INTEREST RATE AND ECONOMIC SENTIMENT INDICATOR IN THE EURO AREA (r=0.77)



Note: The Economic Sentiment Indicator values have been carried backwards eight periods in the future. The last values are forecasts together with the confidence intervals
Source: ECB, EUROPEAN COMMISSION & IFL(UC3M)
Date: October 4, 2007

M3 ANNUAL GROWTH RATE IN THE EURO AREA with current and previous forecasts



Source: ECB & IFL(UC3M)
Date: September 27, 2007

N. 157
October 2007

THE DISTRIBUTION OF INCOME AND PRICE AND COST FORMATION IN THE SPANISH ECONOMY: p.51

Wage share in Spanish GDP, estimated using the compensation of employees, shows a falling trend in the last few years. This loss of weight has been reflected in an increase of both the share of gross operating surplus and the share of net indirect taxes in GDP. A similar process is found in the euro area, although less intensely than in the Spanish economy. Amongst the main factors usually mentioned to explain the reduction of the share of compensation of employees in GDP are globalization, low productivity growth and, in the Spanish case, immigration. On the other hand, when analysing the contribution of productive factors to the change of the GDP deflator, it is concluded that the compensation of employees has not been an inflationist factor in the last few years, having contributed to the growth of the GDP deflator in a lower proportion than its weight in the GDP.

MONTHLY DEBATE:
"Chain-linked volume indices: a practical guide"
By Ana Mª Abad, Ángel Cuevas and Enrique M. Quilis…………… …………p68

The main goal of this guide is to present, in a numerical way, the basic grounds which support the compilation of chained volume indices, the methodology currently used in the National Accounts systems of major developed countries. The most important elements of the system are described: link, chain, chained volume measures expressed in monetary terms, change in reference year, change to fixed base and contributions to growth, all of the above in an annual setting. Likewise, the paper introduces quarterly chained volume indexes, the overlap concept and the respective growth contribution formulae.

N. 157

www.uc3m.es/boletin

ÍNDICES ENCADENADOS DE VOLUMEN: UNA GUÍA PRÁCTICA[8]

Ana Mª Abad
Instituto Nacional de Estadística

Ángel Cuevas
D.G. de Política Económica
Ministerio de Economía y Hacienda

Enrique M. Quilis
D.G. del Tesoro y Política Financiera
Ministerio de Economía y Hacienda

Resumen

El objetivo de esta guía es presentar, de forma numéricamente detallada, los principios básicos que sustentan la compilación de los índices de volumen encadenados, metodología aplicada actualmente en los sistemas de Cuentas Nacionales de los principales países desarrollados. Se exponen los elementos más importantes de este sistema: eslabón, cadena, valoración monetaria, cambio de referencia, conversión a base fija y aportaciones al crecimiento, todo ello en referencia anual. Asimismo, se introducen los índices aplicables al caso trimestral, el concepto de solapamiento y las correspondientes fórmulas de las contribuciones al crecimiento.

Palabras clave: *Índices encadenados, crecimiento real, aportaciones al crecimiento, Cuentas Nacionales, Contabilidad Nacional Trimestral.*

1. INTRODUCCIÓN

Gran parte del análisis macroeconómico utiliza la hipótesis simplificadora de que la economía produce, consume e invierte un único producto. Por ejemplo, el primer párrafo del primer capítulo del conocido manual de Sargent (1979) es:

> *Nuestro modelo describe la determinación del nivel de producción de una economía y los usos a los que esta producción se destina. La economía produce un único bien a la tasa Y por unidad de tiempo. Ésta se divide entre una tasa real de consumo C, una tasa real de inversión I, una tasa real de compras del gobierno G y una tasa real de depreciación del capital δK:*

$$Y = C + I + G + \delta K \qquad (1)$$

Esta presentación es, en lo esencial, común a la mayoría de los textos sobre análisis macroeconómico. La hipótesis contenida en (1), que la economía produce un solo bien, es una útil y conveniente simplificación que permite a los analistas disponer de una representación sencilla que les permita entender algunos de los elementos esenciales de un sistema económico[9].

No obstante, esta hipótesis es una simplificación extrema del mundo real. Las modernas economías de mercado no producen un solo producto sino miles de ellos. Naturalmente, esto plantea un problema de agregación que se puede resolver reduciendo las cantidades intercambiadas a un patrón monetario común,

[8] Las opiniones presentadas en este trabajo corresponden a sus autores y no reflejan necesariamente ni las del Instituto Nacional de Estadística, ni las de la D.G. de Política Económica ni las de la D.G. del Tesoro y Política Financiera. Los autores agradecen las discusiones mantenidas con María Jesús Aguado, Pablo Burriel, Ana Carmena, Antoni Espasa, Ángel Laborda y participantes en seminarios y reuniones celebrados en el Ministerio de Economía y Hacienda, Banco de España, Instituto Nacional de Estadística, Eurostat, FUNCAS y BBVA.

[9] La introducción en el análisis macroeconómico de modelos de competencia imperfecta conduce a fórmulas de agregación no lineales sustancialmente más complejas que [1], véase Benassy (2002).

multiplicando cada producto por su precio unitario y sumando los valores resultantes. Este procedimiento de valoración, denominado “a precios corrientes”, es sencillo[10] y posee un significado económico claro, por lo que su utilización está plenamente justificada.

Desafortunadamente, la inflación hace que la valoración a precios corrientes pierda rápidamente contenido informativo, limitando la utilidad de sus estimaciones en los estudios de coyuntura, el diseño y evaluación de políticas económicas y el análisis de las condiciones de bienestar, entre otras aplicaciones.

En consecuencia, los sistemas de medida estadísticos introdujeron paulatinamente métodos de valoración orientados a separar los componentes de precio (nominales) de los de volumen (reales) subyacentes en las estimaciones a precios corrientes. La primera opción consiste en valorar todas las cantidades a los precios de un año fijo, llamado “año base”. Este sistema de valoración a precios constantes de un año dado resuelve el problema de confusión nominal, separando de forma tajante la evolución de los precios de la de las cantidades. Asimismo, conduce a un sistema aditivo muy similar conceptualmente al de valoración a precios corrientes y que encaja de forma muy satisfactoria con el enfoque de economía de un solo bien antes mencionado.

Como se verá más adelante, este sistema de valoración equivale a establecer un índice de base fija, estando dicha base ligada a la estructura de productos del año considerado como base. Si dicha estructura deviene poco representativa del esquema actual de intercambios[11], las valoraciones resultantes devendrán también poco representativas. Los procesos de ampliación del tamaño de los mercados, la innovación tecnológica y la mayor sustituibilidad entre productos como consecuencia de una oferta global, hacen que las bases se modifiquen con mayor rapidez que en el pasado.

En consecuencia, una solución al problema de la obsolescencia de la base consiste en actualizarla con mayor frecuencia. En el caso de series anuales, valorando las cantidades intercambiadas cada año a los precios del periodo anterior. De esta forma se dispone de un sistema de base móvil que resuelve el problema de la pérdida de representatividad de la valoración a precios constantes de un año dado, pero que sólo permite la comparación directa entre los pares de años consecutivos. Esta heterogeneidad en las comparaciones se resuelve componiendo multiplicativamente los índices de crecimiento, proceso que da lugar a los índices encadenados.

No obstante, siguiendo una pauta ya familiar, la solución de un problema conduce a la aparición de otro. Si bien los índices encadenados permiten la comparación a largo plazo, no son aditivos. Esto es, una vez calculados los índices encadenados para dos agregados A y B, su suma directa no coincide con el índice encadenado resultante de agregar primero A y B y encadenar después.

Esta falta de aditividad plantea serios problemas para la difusión, interpretación y utilización de los sistemas de índices encadenados, habiéndose extendido el uso de las contribuciones al crecimiento, que sí son aditivas a nivel anual, como instrumento de análisis de los datos proporcionados por este tipo de índices.

Los conceptos esenciales del sistema de índices encadenados se aprecian en el caso anual con relativa sencillez. Su adaptación al caso trimestral plantea diversos problemas técnicos, de modo que su utilización se hace bajo la forma de índices de volumen anual encadenados trimestralmente.

Este procedimiento equivale a introducir en la medición trimestral un referente de baja frecuencia (el índice encadenado anual) que actúa como “tendencia”, evitando las derivas a las que conduce la aplicación directa de las fórmulas propias de los índices encadenados. La información de alta frecuencia se introduce bajo la forma de eslabones trimestrales, que actúan como elemento de “desviación a la tendencia”[12]. Esta combinación de elementos de baja y alta frecuencia se denomina “solapamiento” y puede realizarse de diversas formas.

El texto se organiza de la siguiente manera. En la segunda sección se expone la aplicación del sistema de índices encadenados según un esquema anual, donde es más fácil ver los conceptos, ventajas e inconvenientes del encadenamiento. En la tercera sección se verá la aplicación trimestral, donde la operativa es más complicada. En particular, se presenta el método de solapamiento anual y se detallan las fórmulas de las contribuciones al crecimiento. El texto termina con un conjunto de apéndices en los que se derivan algebraicamente las expresiones utilizadas.

---

[10] Naturalmente, desde el punto de vista de la compilación estadística, estimar de forma adecuada precios y cantidades no es una tarea fácil.

[11] Muchos factores pueden explicar estos cambios: variaciones en las preferencias, cambios en los precios relativos, entrada y salida de productos, etc.

[12] En general, esta desviación incluye efectos estacionales, de calendario e irregulares.

2. ÍNDICES DE VOLUMEN ENCADENADOS: CASO ANUAL

En esta sección se presenta la aplicación de la metodología de encadenamiento a la compilación de agregados de frecuencia anual. La exposición trata de ser lo más sucinta y clara posible. Para ello, se va a apoyar en un ejemplo numérico hipotético que considera sólo dos subagregados (A y B) que integran un agregado (A+B), con datos para un período de seis años (2000-2005)[13].

Los datos disponibles de partida para los subagregados son los valores en corrientes y los valores a precios del año anterior:

Tabla 1: Valoración a precios corrientes y a precios constantes del año anterior[14]

	Constantes período anterior			Corrientes		
Año	A	B	A+B	A	B	A+B
2000	5.256	24.500	29.756	5.351	25.110	30.461
2001	5.613	26.298	31.911	5.740	27.406	33.146
2002	5.841	28.250	34.091	6.155	29.133	35.288
2003	6.328	29.702	36.030	6.630	30.494	37.124
2004	6.656	31.353	38.009	6.928	32.219	39.147
2005	6.953	33.685	40.638	7.256	34.783	42.039

A partir de estos datos se pueden obtener los eslabones y cadenas de volumen. Los primeros se calculan como cociente entre la magnitud a precios del período anterior de un determinado año y la magnitud en corrientes del año anterior. La correspondiente cadena es el resultado de ir multiplicando los sucesivos eslabones.

Tabla 2: Índices eslabones y cadenas de volumen

	Eslabones			Cadenas de volumen		
Año	A	B	A+B	A	B	A+B
2000				100,00	100,00	100,00
2001	104,90	104,73	104,76	104,90	104,73	104,76
2002	101,76	103,08	102,85	106,74	107,96	107,75
2003	102,81	101,95	102,10	109,74	110,07	110,01
2004	100,39	102,82	102,38	110,17	113,17	112,64
2005	100,36	104,55	103,81	110,57	118,31	116,93

Así, para el año 2005:

- Eslabones: Subagregado A: $$100{,}36 = \left(\frac{6.953}{6.928}\right) \times 100$$

  Agregado: $$103{,}81 = \left(\frac{40.638}{39.147}\right) \times 100$$

- Cadena: Subagregado A: $$110{,}57 = (110{,}17 \times 100{,}36) / 100$$

  Agregado: $$116{,}93 = (112{,}64 \times 103{,}81) / 100$$

Nótese que, a partir de estas definiciones, si se proporcionan las cadenas de volumen y los datos en corrientes, se pueden derivar de ellos los eslabones y las magnitudes en constantes del periodo anterior.

Expresado formalmente, el desarrollo anterior quiere decir que para la construcción de las series anuales en volumen se van a utilizar índices de Laspeyres encadenados. En el caso de un agregado compuesto por *k* subagregados, el índice tiene la siguiente definición:

[13] Los datos del ejemplo están disponibles solicitándolos a los autores. Todos los cálculos se han llevado a cabo considerando las cifras con su máxima precisión numérica, por lo que pueden diferir ligeramente de los mostrados en el texto, redondeados para facilitar su presentación.
[14] Los datos sombreados se resaltan porque se emplean en cálculos detallados a lo largo del texto.

$$(2.1) \qquad cq_T = cq_{T-1} \sum_{i=1}^{k} \frac{p^i_{T-1} q^i_T}{p_{T-1} q_{T-1}} = cq_{T-1} e_T$$

donde:

- cq_T : valor para el año *T* del índice de volumen anual encadenado de un agregado compuesto por *k* subagregados.
- $p^i_{T-1} q^i_T$: valor en el año *T* a precios del año *T-1* del i-ésimo subagregado.
- $p_{T-1} q_{T-1}$: valor en el año *T-1* del agregado.
- e_T : eslabón en el año *T* del agregado.

Siguiendo con los datos del ejemplo, para 2005 se tiene:

$$116{,}93 = 112{,}64 \times 1{,}0381 = 112.64 \times \left(\frac{6.953 + 33.685}{39.147} \right)$$

Hay varios procedimientos alternativos para llegar a este resultado:

Procedimiento 1: Expresar el eslabón anual del agregado como una suma ponderada de las tasas de crecimiento en volumen de los índices de los subagregados (eslabones de volumen de los subagregados), donde las ponderaciones son los pesos de los valores en corrientes de los subagregados en el año anterior:

$$(2.2) \qquad \begin{aligned} e_T &= \sum_i \frac{p^i_{T-1} q^i_T}{p_{T-1} q_{T-1}} = \sum_i \frac{p^i_{T-1} q^i_{T-1}}{p_{T-1} q_{T-1}} \left(\frac{q^i_T}{q^i_{T-1}} \right) = \\ &= \sum_i W^i_{T-1} \left(\frac{q^i_T}{q^i_{T-1}} \right) = \sum_i W^i_{T-1} \left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}} \right) \end{aligned}$$

Así, se obtiene:

$$(2.3) \qquad cq_T = cq_{T-1} e_T = cq_{T-1} \sum_i W^i_{T-1} \left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}} \right)$$

En el ejemplo, para 2005:

$$116{,}93 = 112{,}64 \times 103{,}81 / 100 =$$
$$112.64 \times \left(\frac{6.928}{39.147} \times 100{,}36 + \frac{32.219}{39.147} \times 104{,}55 \right) / 100$$

Procedimiento 2: Desarrollar el índice encadenado del agregado como la suma ponderada de los índices encadenados de sus componentes, donde las ponderaciones son los precios relativos de los componentes en el año anterior, expresados como cocientes de “deflactores derivados”. Dicho deflactor derivado se define como el cociente del valor del agregado (o subagregado) en el periodo entre su correspondiente cadena de volumen en dicho periodo:

- Para los subagregados: $d^i_T = \dfrac{p^i_T q^i_T}{cq^i_T}$
- Para el agregado: $d_T = \dfrac{p_T q_T}{cq_T}$

Utilizando los deflactores derivados, el valor del índice encadenado en *T* es:

$$(2.4) \qquad cq_T = \sum_i \left(\frac{d^i_{T-1}}{d_{T-1}} \right) cq^i_T$$

La derivación completa esta fórmula se presenta en el Apéndice A. En el ejemplo numérico, los deflactores derivados serían los siguientes:

Tabla 3: Deflactores derivados

Año	A	B	A+B
2000	53,51	251,10	304,61
2001	54,72	261,68	316,40
2002	57,66	269,86	327,51
2003	60,41	277,05	337,45
2004	62,88	284,71	347,56
2005	65,62	293,99	359,54

Nótese que la suma de los deflactores derivados de los subagregados no es el deflactor derivado del agregado, salvo para el año de referencia (2000) y el siguiente (2001).

En consecuencia, el valor del índice encadenado del agregado será, para 2005:

$$116{,}93 = \frac{65{,}62}{359{,}54} \times 110{,}57 + \frac{293{,}99}{359{,}54} \times 118{,}31$$

2.1 Cálculo de las aportaciones anuales

El cálculo de las aportaciones de los subagregados al crecimiento del agregado, en términos anuales, se hace de forma similar a la valoración en base fija, es decir, se calculan multiplicando la tasa de crecimiento por el peso del año anterior. La única diferencia es que en el sistema de índices encadenados el peso se expresa en términos nominales:

$$(2.5) \qquad T(cq_T) = \sum_i W^i_{T-1} T(cq^i_T)$$

donde:

- $T(cq_T)$: tasa de crecimiento del agregado.
- $T(cq^i_T)$: tasa de crecimiento del subagregado *i*.
- W^i_{T-1}: peso del año anterior, en términos corrientes, del subagregado *i* en el agregado total.

La obtención de la fórmula (2.5) se presenta en el Apéndice B. En el ejemplo numérico:

- Aportación del subagregado A:

$$W^A_{T-1} T(cq^A_T) = \frac{6.928}{39.147} \times 0{,}36 = 0{,}064$$

- Aportación del subagregado B:

$$W^B_{T-1} T(cq^B_T) = \frac{32.219}{39.147} \times 4{,}55 = 3{,}745$$

Siendo: $T(cq_T) = 3{,}809$

2.2 Pérdida de aditividad

El principal inconveniente del encadenamiento es la pérdida de aditividad. Esta se manifiesta con claridad al elaborar una serie monetaria referenciada a un año determinado, de manera que la serie monetaria del agregado no coincide con la suma de las series monetarias de sus componentes (salvo para el año de referencia y el siguiente). La forma de calcular la serie monetaria consiste en multiplicar la cadena de volumen de la variable considerada por su valor en el año de referencia.

Utilizando los datos del ejemplo numérico, se tiene:

Tabla 4: Valoración monetaria

Año	val(A)	val(B)	val(A+B)	val(A) + val(B)
2000	5.351	25.110	30.461	30.461
2001	5.613	26.298	31.911	31.911
2002	5.712	27.108	32.821	32.820
2003	5.872	27.637	33.511	33.510
2004	5.895	28.416	34.310	34.311
2005	5.917	29.709	35.617	35.625

Donde, para el año 2005:

- Subagregado A: $5.917 = (5.351 \times 110{,}57)/100$
- Subagregado B: $29.709 = (25.110 \times 118{,}31)/100$
- Agregado: $35.617 = (30.461 \times 116{,}93)/100$
- Suma directa: $5.917 + 29.709 = 35.626 \neq 35.617$

2.3 Cambio del año de referencia

Con índices encadenados no se puede hablar de un cambio de base, ni siquiera de año base, puesto que la base varía de año en año. Sólo se tiene un <u>año de referencia</u>, que será aquel donde el valor del índice encadenado es 100. Para cambiar de año de referencia, simplemente se divide toda la cadena de volumen por el valor de la misma en el nuevo año de referencia que se quiera tomar (el valor en este año será ahora 100). Obviamente, al cambiar el año de referencia, los eslabones (tasas interanuales) no se alteran.

Tabla 5: Cambio de referencia

	Eslabones			**Cadenas de volumen año ref. 2000**			**Cadenas de volumen año ref. 2004**		
Año	A	B	A+B	A	B	A+B	A	B	A+B
2000				100,00	100,00	100,00	90,77	88,37	88,78
2001	104,90	104,73	104,76	104,90	104,73	104,76	95,21	92,55	93,01
2002	101,76	103,08	102,85	106,74	107,96	107,75	96,89	95,40	95,66
2003	102,81	101,95	102,10	109,74	110,07	110,01	99,61	97,26	97,67
2004	100,39	102,82	102,38	110,17	113,17	112,64	100,00	100,00	100,00
2005	100,36	104,55	103,81	110,57	118,31	116,93	100,36	104,55	103,81

Así, para el año 2000:

- Subagregado A: $90{,}77 = (100{,}00 / 110{,}17) \times 100$
- Agregado: $88{,}78 = (100{,}00 / 112{,}64) \times 100$

Análogamente, para el año 2001:

- Subagregado A: $95{,}21 = (104{,}90 / 110{,}17) \times 100$
- Agregado: $93{,}01 = (104{,}76 / 112{,}64) \times 100$

Los valores para los años 2002 y sucesivos se obtienen de la misma manera. Nótese que, si ahora se quisiera obtener una serie monetaria con año de referencia 2004, bastaría con multiplicar la nueva cadena de volumen por el valor nominal de la misma en el nuevo año de referencia (2004). No obstante, aunque los niveles monetarios cambian, los índices eslabones (tasas interanuales) no lo hacen.

2.4 Cambio a base fija

En el ámbito anual, el paso de una base móvil a una fija es inmediato. Dados los datos en corrientes y los eslabones (o las cadenas) de los subagregados, se construye la serie a precios constantes multiplicando sucesivamente por el correspondiente eslabón el valor a precios constantes del año anterior. La suma de los componentes será el valor en términos constantes del agregado.

Utilizando de nuevo el ejemplo numérico, se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 6: Cambio de base móvil a fija

	Corrientes			**Eslabones (base móvil)**		**Constantes (base año 2000)**			**Eslabones (base fija)**
Año	A	B	A+B	A	B	A	B	A+B	A+B
2000	5.351	25.110	30.461			5.351	25.110	30.461	
2001	5.740	27.406	33.146	104,90	104,73	5.613	26.298	31.911	104,76
2002	6.155	29.133	35.288	101,76	103,08	5.712	27.108	32.820	102,85
2003	6.630	30.494	37.124	102,81	101,95	5.872	27.637	33.510	102,10
2004	6.928	32.219	39.147	100,39	102,82	5.895	28.416	34.311	102,39
2005	7.256	34.783	42.039	100,36	104,55	5.917	29.709	35.625	103,83

En particular, para el año 2004:

- Subagregado A: $5.895 = (5.872 \times 100{,}39) / 100$
- Agregado: $34.311 = 5.895 + 28.416$

El eslabón del agregado es: $102{,}39 = (34.311 / 33.510) \times 100$

Análogamente, para el año 2005:

- Subagregado A: $5.917 = (5.895 \times 100{,}36) / 100$
- Agregado: $35.625 = 5.917 + 29.709$

El eslabón del agregado es: $103{,}83 = (35.625 / 34.311) \times 100$

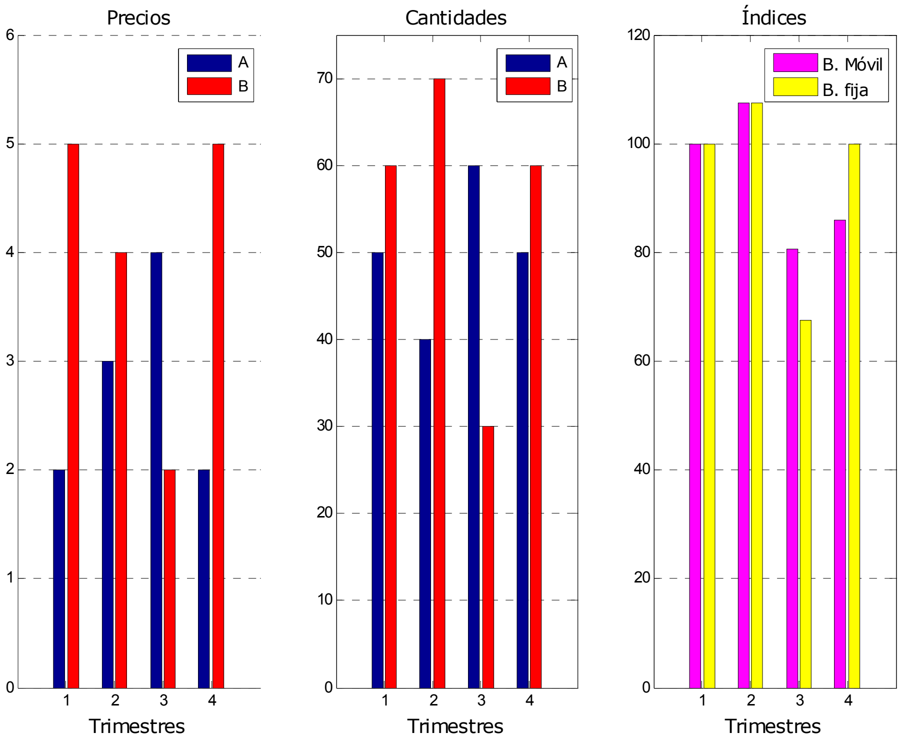
Nótese que los eslabones del agregado en base fija no coinciden con los calculados para la base móvil.

3.ÍNDICES DE VOLUMEN ENCADENADOS: CASO TRIMESTRAL

Intuitivamente, la primera solución que se puede plantear para aplicar encadenamiento a datos trimestrales es replicar la fórmula anual en esta frecuencia. No obstante, para datos trimestrales no es correcta esta forma de proceder y no se puede utilizar la misma fórmula de encadenamiento que para datos anuales. Ello es consecuencia del problema de la deriva (*drift*), ampliamente tratado en ONU (1993). Dicho problema consiste en que, al introducirse un comportamiento estacional en los precios debido a la frecuencia de muestreo, se podría encontrar una situación idéntica en cantidades y precios en el primer y cuarto trimestres, resultando que el índice encadenado para el cuarto trimestre no fuera igual al del primero.

Esta situación se ilustra en el siguiente gráfico. Adicionalmente, se aprecia cómo el índice de base fija carece de deriva, razón por la que es recomendado para series estacionales:

Gráfico 1: Deriva de los índices trimestrales de volumen encadenados



Por otra parte, también existe un problema de consistencia entre un índice encadenado trimestral y otro anual, debido a que los precios que se usan en la valoración trimestral (los del periodo anterior) no se corresponden con los que se emplean en la anual: la valoración de los trimestres del año *T* sólo utiliza precios del año *T-1* en el primer trimestre mientras que, en el caso anual, toda la valoración del año *T* se realiza mediante precios del año *T-1*. Implícitamente, en el caso anual, todos los trimestres de *T* se valoran a los precios medios de *T-1*. Este problema genera una falta de correspondencia cuantitativa entre el índice trimestral y su contrapartida anual.

La solución propuesta por las agencias estadísticas internacionales como el Fondo Monetario Internacional (FMI) o Eurostat consiste en una forma de "desestacionalizar" los precios. Así, ambos organismos sugieren dos métodos alternativos: el procedimiento de solapamiento anual (*annual overlap*) que consiste en tomar, para un determinado bien o subagregado, los precios del conjunto del año anterior, y el de solapamiento en un trimestre (*one-quarter overlap*), consistente en tomar los precios del último trimestre del año anterior, véase Bloem et al. (2001) y Eurostat (2004). Esta exposición se va a centrar en el primer procedimiento que es el utilizado en la Contabilidad Nacional Trimestral de España (INE, 2005a, 2005b).

De esta forma, según el método de solapamiento anual y utilizando índices de volumen de Laspeyres, se calcula la cadena trimestral del agregado de la siguiente manera:

(3.1) $$cq_{t,T} = cq_{T-1}\sum_i \frac{p^i_{T-1}q^i_{t,T}}{p_{T-1}q_{T-1}} = cq_{T-1}e_{t,T}$$

donde:

- $cq_{t,T}$: valor, en el trimestre *t* del año *T*, del índice de volumen trimestral encadenado de un agregado compuesto por los subagregados *i*.
- $p^i_{T-1}q^i_{t,T}$: valor, en el trimestre *t* del año *T*, a precios del año *T-1,* del subagregado *i*.
- $p_{T-1}q_{T-1}$: valor, en el año *T-1,* del agregado.
- $e_{t,T}$: eslabón, en el trimestre *t* del año *T,* del agregado.

De forma análoga al caso anual, el eslabón trimestral del agregado se puede representar como una suma ponderada de las tasas de crecimiento en volumen de los índices trimestrales de los subagregados respecto al índice anual del subagregado en el año anterior (eslabones trimestrales de volumen de los subagregados), donde las ponderaciones son los pesos de los valores en corrientes de los subagregados en el año anterior:

$$e_{t,T} = \sum_i \frac{p^i_{T-1} q^i_{t,T}}{p_{T-1} q_{T-1}} = \sum_i \frac{p^i_{T-1} q^i_{T-1}}{p_{T-1} q_{T-1}} \left(\frac{q^i_{t,T}}{q^i_{T-1}} \right) = \sum_i \frac{p^i_{T-1} q^i_{T-1}}{p_{T-1} q_{T-1}} \left(\frac{cq^i_{t,T}}{cq^i_{T-1}} \right) = \sum_i W^i_{T-1} \left(\frac{cq^i_{t,T}}{cq^i_{T-1}} \right)$$

Obteniendo así que:

(3.2) $$cq_{t,T} = cq_{T-1} e_{t,T} = cq_{T-1} \sum_i W^i_{T-1} \left(\frac{cq^i_{t,T}}{cq^i_{T-1}} \right)$$

Prosiguiendo con el ejemplo, la situación en la frecuencia anual es la siguiente:

Tabla 7a: Formación de la cadena trimestral del agregado.
Cadenas anuales

	Corrientes			**Pesos corrientes**			**Cadenas de volumen año ref. 2000**		
Año	A	B	A+B	A	B	A+B	A	B	A+B
2000	5.351	25.110	30.461	*0,18*	*0,82*	*1,00*	100,00	100,00	100,00
2001	5.740	27.406	33.146	*0,17*	*0,83*	*1,00*	104,90	104,73	104,76
2002	6.155	29.133	35.288	*0,17*	*0,83*	*1,00*	106,74	107,96	107,75
2003	6.630	30.494	37.124	*0,18*	*0,82*	*1,00*	109,74	110,07	110,01
2004	6.928	32.219	39.147	*0,18*	*0,82*	*1,00*	110,17	113,17	112,64
2005	7.256	34.783	42.039	*0,17*	*0,83*	*1,00*	110,57	118,31	116,93

Por consiguiente, los resultados en la frecuencia trimestral son:

Tabla 7b: Formación de la cadena trimestral del agregado.
Cadenas trimestrales

Trimestre	A	B	A+B
2000.1	94,10	96,34	95,95
2000.2	98,53	102,09	101,46
2000.3	99,84	100,03	100,00
2000.4	107,53	101,54	102,59
2001.1	101,04	104,62	103,99
2001.2	105,39	104,19	104,40
2001.3	96,08	105,29	103,67
2001.4	117,08	104,82	106,97
2002.1	101,75	103,64	103,31
2002.2	108,15	107,95	107,99
2002.3	100,92	105,37	104,60
2002.4	116,14	114,86	115,09
2003.1	109,97	103,38	104,55
2003.2	107,73	112,20	111,41
2003.3	104,88	106,92	106,57
2003.4	116,39	117,76	117,52
2004.1	110,51	107,96	108,42
2004.2	108,95	115,08	113,98
2004.3	103,47	116,11	113,85
2004.4	117,76	113,51	114,28
2005.1	108,04	116,12	114,67
2005.2	110,86	117,11	115,99
2005.3	104,86	118,77	116,26
2005.4	118,52	121,27	120,78

donde, por ejemplo, para el tercer trimestre de 2005:

$$116{,}26 = 112{,}64 \times \left(0{,}18 \times \frac{104{,}86}{110{,}17} + 0{,}82 \times \frac{118{,}77}{113{,}17} \right)$$

3.1 Cálculo de las aportaciones trimestrales

Una diferencia importante respecto al caso anual es que ahora no se tiene una fórmula completa del crecimiento del agregado en función de las tasas de crecimiento de sus componentes, sino que se ha de incluir un término adicional, llamado "factor de corrección", véase Burriel (2005). La fórmula aproximada viene dada por:

$$T\left(cq_{t,T}\right) \approx \sum_i W^i_{T-1} T\left(cq^i_{t,T}\right) \qquad (3.3)$$

donde:

- $T(cq_{t,T})$: tasa de crecimiento interanual de la cadena trimestral del agregado.
- $T(cq^i_{t,T})$: tasa de crecimiento interanual de la cadena trimestral del subagregado *i*.

El desarrollo de la fórmula completa se encuentra en el Apéndice C. En el ejemplo, para el tercer trimestre de 2005:

Aportación del subagregado A:

$$W^A_{t,T-1} T(cq^A_{t,T}) = 0{,}18 \times \left(\frac{104{,}86}{103{,}47} - 1 \right) \times 100 = 0{,}238$$

Aportación del subagregado B:

$$W^B_{t,T-1} T(cq^B_{t,T}) = 0.82 \times \left(\frac{118{,}77}{116{,}11} - 1 \right) \times 100 = 1{,}884$$

Siendo la suma de ambas aportaciones *2,121* mientras que:

$$T(cq_{t,T}) = \left(\frac{116{,}26}{113{,}85} - 1 \right) \times 100 = 2{,}117$$

Así pues, la discrepancia es de 0,004. En la práctica es de esperar que las discrepancias no sean demasiado grandes, si bien, de existir un componente muy errático las diferencias podrían ser considerables, por lo cual la fórmula ha de ser utilizada con cautela. En la siguiente tabla se pueden encontrar las diferencias para el ejemplo completo.

Tabla 8: Diferencias en la aproximación de aportaciones

	tasas interanuales		aportaciones			tasa interanual	
Trimestre	A	B	A	B	Suma	A+B	Diferencias
2001.1	7,38	8,59	1,30	7,08	8,38	8,38	0,00
2001.2	6,96	2,07	1,22	1,70	2,93	2,90	0,02
2001.3	-3,77	5,26	-0,66	4,33	3,67	3,67	0,00
2001.4	8,88	3,23	1,56	2,66	4,22	4,27	-0,05
2002.1	0,70	-0,94	0,12	-0,78	-0,65	-0,65	0,00
2002.2	2,62	3,61	0,45	2,98	3,44	3,43	0,00
2002.3	5,04	0,08	0,87	0,06	0,94	0,90	0,04
2002.4	-0,80	9,58	-0,14	7,92	7,78	7,58	0,20
2003.1	8,07	-0,25	1,41	-0,20	1,20	1,19	0,01
2003.2	-0,39	3,93	-0,07	3,24	3,18	3,17	0,00
2003.3	3,92	1,47	0,68	1,22	1,90	1,88	0,02
2003.4	0,21	2,52	0,04	2,08	2,12	2,12	0,00
2004.1	0,49	4,43	0,09	3,64	3,73	3,71	0,02
2004.2	1,13	2,57	0,20	2,11	2,31	2,31	0,00
2004.3	-1,35	8,59	-0,24	7,06	6,82	6,84	-0,02
2004.4	1,18	-3,61	0,21	-2,96	-2,75	-2,76	0,01
2005.1	-2,23	7,55	-0,40	6,22	5,82	5,76	0,06
2005.2	1,75	1,76	0,31	1,45	1,76	1,76	0,01
2005.3	1,34	2,29	0,24	1,88	2,12	2,12	0,00
2005.4	0,65	6,83	0,11	5,62	5,74	5,69	0,05

Se aprecia que la magnitud de las discrepancias es reducida aunque, puntualmente, pueden alcanzar valores significativos (0,2 pp). Adicionalmente, se puede observar que no se cancelan dentro de cada año, lo que da lugar a que aparezca un problema de inconsistencia temporal entre las contribuciones trimestrales y sus contrapartidas anuales.

APÉNDICE A: ÍNDICE DE VOLUMEN ENCADENADO BASADO EN LOS DEFLACTORES DERIVADOS

Partiendo de (2.3)

$$cq_T = cq_{T-1}e_T = cq_{T-1}\sum_i W^i_{T-1}\left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}}\right) = cq_{T-1}\sum_i \frac{p^i_{T-1}q^i_{T-1}}{p_{T-1}q_{T-1}}\left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}}\right) =$$

$$= \sum_i \frac{p^i_{T-1}q^i_{T-1} \big/ cq^i_{T-1}}{p_{T-1}q_{T-1} \big/ cq_{T-1}}\, cq^i_T = \sum_i \frac{d^i_{T-1}}{d_{T-1}}\, cq^i_T$$

De esta manera se obtiene la expresión (2.4).

APÉNDICE B: APORTACIONES AL CRECIMIENTO: CASO ANUAL

Partiendo de (2.3)

$$cq_T = cq_{T-1}\sum_i W^i_{T-1}\left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}}\right)$$

La tasa de crecimiento anual del agregado se puede expresar como:

$$T(cq_T) = \frac{cq_T}{cq_{T-1}} - 1 = \sum_i W^i_{T-1}\left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}}\right) - 1 = \sum_i W^i_{T-1}\left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}}\right) + \left(\sum_i W^i_{T-1} - \sum_i W^i_{T-1}\right) - 1 =$$

$$= \sum_i W^i_{T-1}\left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}}\right) - \sum_i W^i_{T-1} + \left(\sum_i W^i_{T-1} - 1\right) = \sum_i W^i_{T-1}\left(\frac{cq^i_T}{cq^i_{T-1}} - 1\right) + (1-1) =$$

$$= \sum_i W^i_{T-1}T\left(cq^i_T\right)$$

APÉNDICE C: APORTACIONES AL CRECIMIENTO: CASO TRIMESTRAL, SOLAPAMIENTO ANUAL

La fórmula completa viene dada por la siguiente expresión:

$$T(cq_{t,T}) = \sum_i W_{T-1}^i T(cq_{t,T}^i)\delta_t^i + \sum_i W_{T-1}^i \delta_t^i - 1 \approx \sum_i W_{T-1}^i T(cq_{t,T}^i)$$

Demostración:

Partiendo de (3.2)

$$cq_{t,T} = cq_{T-1} \sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T}^i}{cq_{T-1}^i} \right)$$

La tasa de crecimiento interanual del agregado trimestral se puede expresar de la siguiente manera:

$$T(cq_{t,T}) = \frac{cq_{t,T}}{cq_{t,T-1}} - 1 = \left(\frac{cq_{T-1}}{cq_{t,T-1}} \right) \sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T}^i}{cq_{T-1}^i} \right) - 1 =$$

$$= \left(\frac{cq_{T-1}}{cq_{t,T-1}} \right) \sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T}^i}{cq_{t,T-1}^i} \right) \left(\frac{cq_{t,T-1}^i}{cq_{T-1}^i} \right) - 1 =$$

$$= \left(\frac{cq_{T-1}}{cq_{t,T-1}} \right) \sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T}^i}{cq_{t,T-1}^i} + 1 - 1 \right) \left(\frac{cq_{t,T-1}^i}{cq_{T-1}^i} \right) - 1 =$$

$$= \left(\frac{cq_{T-1}}{cq_{t,T-1}} \right) \left[\sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T}^i}{cq_{t,T-1}^i} - 1 \right) \left(\frac{cq_{t,T-1}^i}{cq_{T-1}^i} \right) + \sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T-1}^i}{cq_{T-1}^i} \right) \right] - 1 =$$

$$= \sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T}^i}{cq_{t,T-1}^i} - 1 \right) \left(\frac{cq_{t,T-1}^i}{cq_{T-1}^i} \right) \left(\frac{cq_{T-1}}{cq_{t,T-1}} \right) + \sum_i W_{T-1}^i \left(\frac{cq_{t,T-1}^i}{cq_{T-1}^i} \right) \left(\frac{cq_{T-1}}{cq_{t,T-1}} \right) - 1$$

donde tenemos que:

- $T(cq_{t,T}^i) = \frac{cq_{t,T}^i}{cq_{t,T-1}^i} - 1$: tasa interanual del subagregado trimestral *i*.

- $\delta_t^i = \left(\frac{cq_{t,T-1}^i}{cq_{T-1}^i} \right) \left(\frac{cq_{T-1}}{cq_{t,T-1}} \right) = \left(\frac{cq_{T-1} / cq_{T-1}^i}{cq_{t,T-1} / cq_{t,T-1}^i} \right)$: factor de corrección.

Se puede observar que la aproximación representada en (3.3) será tanto más correcta cuanto más próximo a 1 sea el factor de corrección δ_t^i. Esto sucederá cuanto más afines sean los comportamientos de los índices encadenados de los subagregados respecto al del agregado, tanto en términos anuales como trimestrales.

REFERENCIAS

Benassy, J.P. (2002) *The Macroeconomics of Imperfect competition and Non-Clearing Markets*, MIT Press, Boston, U.S.A.

Bloem, A.M., Dippelsman, R.J., y Mæhle, N.O. (2001) *Quarterly National Accounts Manual. Concepts, data sources, and compilation*, International Monetary Fund, Washington DC, U.S.A.

Burriel, P. (2005) "Fórmulas para la obtención de agregados en la Contabilidad Nacional encadenada de España", Documento Interno, Banco de España.

Eurostat (2004) "Chain-Linking in Quarterly National Accounts", Doc. Eurostat C2 / CN 542e, febrero.

INE (2005a) "Índices encadenados en la Contabilidad Nacional Trimestral", Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno.

INE (2005b) "Índices encadenados en la Contabilidad Nacional Anual", Instituto Nacional de Estadística, Documento Interno.

ONU [Eurostat-FMI-OCDE-BM] (1993) *Sistema de Cuentas Nacionales, versión 1993 (SCN-93)*, ONU, New York, U.S.A.

Sargent, Th. J. (1979) *Macroeconomic Theory*, Academic Press, New York, U.S.A.